# Projekt nr C.8.3

# Analiza prostego modelu reaktora jądrowego w oparciu o równanie dyfuzji neutronów termicznych

## Wprowadzenie

Problem transportu neutronów w układzie rzeczywistego reaktora jądrowego jest od strony obliczeniowej zazwyczaj bardzo złożony. Równania transportu stanowią w ogólności układ liniowych równań różniczkowo-całkowych, a występujący w nich strumień neutronów, przekroje czynne oraz źródła uzależnione są od siedmiu zmiennych:
3 zmiennych przestrzennych - $\vec{r}$, 2 zmiennych kątowych - $\vec{\Omega}$, energii E i czasu - t.

Podstawowymi pojęciami pojawiającymi się w zagadnieniach transportu są:

- gęstość neutronów $n(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$ zdefiniowana w ten sposób, że $n(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)dVd\vec{\Omega}dE$ jest średnią liczbą neutronów w objętości dV w punkcie $\vec{r}$ w chwili t, poruszających się wewnątrz kąta bryłowego $d\vec{\Omega}$ wokół wektora kierunkowego $\vec{\Omega}$ i mających energie zawarte między E a E+dE;
- strumień neutronów $\Phi(\vec{r},\vec{\Omega},E,t) = vn(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$, będący iloczynem prędkości neutronów v przez gęstość neutronów $n(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)$. Wielkość $\Phi(\vec{r},\vec{\Omega},E,t)dVd\vec{\Omega}dEdt$ jest wówczas średnią sumy dróg przebywanych w czasie od t do t+dt przez neutrony znajdujące się w objętości dV w punkcie $\vec{r}$, poruszające się wewnątrz kąta bryłowego $d\vec{\Omega}$ wokół wektora kierunkowego $\vec{\Omega}$ i mające energie zawarte między E a E+dE;

Równania transportu w postaci najbardziej ogólnej nie są rozwiązywane - nawet zaawansowane metody Monte Carlo, symulujące zachowanie reaktorów, opierają się na licznych przybliżeniach i uśrednieniach. Zazwyczaj jednak dąży się raczej do takiego ograniczenia złożoności modelu, by móc go opisać za pomocą możliwie niewielu zmiennych, a w miejsce skomplikowanych układów równań transportowych stosować równania znacznie prostsze.

## Jednorodny reaktor termiczny (bez reflektora) w stanie krytycznym

W jednorodnym reaktorze termicznym paliwo i moderator stanowią jednorodną mieszaninę. Przyjmuje się, że występują w nim tylko neutrony termiczne (tzn. o prędkości 2200 m/s), a strumień, przekroje czynne i źródła nie zawierają zależności kątowych. Zachowanie układu opisuje wówczas *równanie dyfuzji neutronów termicznych*:

$$\frac{1}{v}\frac{\partial\ \Phi(\vec{r},t)}{\partial\ t} = D\nabla^2\Phi(\vec{r},t) - \Sigma_a\Phi(\vec{r},t) + k_\infty\Sigma_a\Phi(\vec{r},t) + S(\vec{r},t) \qquad (1)$$

gdzie: $\Phi(\vec{r},t)$ - strumień neutronów termicznych,
D - współczynnik dyfuzji neutronów termicznych,
$\Sigma_a$ - makroskopowy przekrój czynny absorbcji,
$k_\infty$ - współczynnik mnożenia neutronów termicznych w ośrodku nieskończonym,

$S(\vec{r},t)$- funkcja źródła neutronów.

Normalnym stanem pracy reaktora jest stan krytyczny, w którym produkcja neutronów jest równa ich destrukcji (absorbcja+ucieczka). Należy zauważyć, że stan krytyczny może być osiągnięty przy różnym poziomie mocy (a więc i strumienia), bowiem powyższe zbilansowanie nie zależy od bezwzględnych wartości produkcji i destrukcji, a tylko od ich różnicy.
Matematyczne sformułowanie zagadnienia krytyczności jednorodnego reaktora termicznego sprowadza się do rozważenia równania dyfuzji neutronów termicznych w stanie ustalonym, bez źródeł:

$$D\nabla^2\Phi(\vec{r})-\Sigma_a\Phi(\vec{r})+k_\infty\Sigma_a\Phi(\vec{r})=0 \qquad (2)$$

przy warunku brzegowym:

$$\Phi(\vec{r})=0 \quad \text{na granicy (ekstrapolowanej) obszaru} \qquad (3)$$

Wprowadzając wielkość L zwaną długością dyfuzji neutronów i równą:

$$L=\sqrt{\frac{D}{\Sigma_a}} \qquad (4)$$

równanie (2) sprowadzić można do postaci:

$$\nabla^2\Phi(\vec{r})+B^2\Phi(\vec{r})=0 \qquad (5)$$

gdzie:

$$B^2=\frac{k_\infty-1}{L^2} \qquad (6)$$

Zagadnienie krytyczności sprowadza się do określenia takiej wartości $B^2$, dla której istnieje dodatnie rozwiązanie równania (5), spełniające warunek brzegowy (3).

## Zadania do wykonania

*Uwaga: wielkości opisujące geometrię reaktora są wielkościami ekstrapolowanymi*

Rozwiązać równanie (5) przy warunku brzegowym (3) zakładając, że nasz reaktor jest:

1. kulą o promieniu R;
2. prostopadłościanem o bokach a, b, c;
3. walcem o promieniu R i wysokości H

## Literatura

Kiełkiewicz, „Reaktory energetyczne”