PROJEKT NR B 1.9

Oscylator harmoniczny i anharmoniczny.

Rozważamy jednowymiarowy potencjał o postaci: $V(x) = \frac{kx^2}{2}\left(1 - \frac{2}{3}\alpha x\right)$ **(1)**

gdzie drugi człon w nawiasie traktujemy jako nieliniowe zaburzenie (dla $\alpha x \ll 1$ otrzymujemy potencjał oscylatora harmonicznego).
Korzystając z drugiego prawa dynamiki Newtona otrzymujemy równanie ruchu:

$$F_s = -\frac{dV(x)}{dx} = -kx(1-\alpha x) = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \textbf{(2)}$$

Dla przypadku szczególnego (α=0) rozwiązaniem jest:

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) \quad \textbf{(3)}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \textbf{(4)}$$

Energia całkowita oscylatora jest równa sumie energii kinetycznej i potencjalnej:

$$E_0 = E_k + E_P = \frac{m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}{2} + V(x) = const \quad \textbf{(6)}$$

Należy wykonać:

1. Napisać program rozwiązujący równanie ruchu **(2)** metodą Rungego-Kutty 4 rzędu.
2. Dla przypadku $\alpha = 0$ sprawdzić czy:
   a) rozwiązanie jest zgodne z rozwiązaniem analitycznym
   b) częstość drgań ω jest niezależna od amplitudy A
   c) dla dowolnej chwili t suma energii potencjalnej i kinetycznej jest równa energii poczatkowej układu (kilkanaście do kilkudziesięciu okresów) – wykres
   d) punkt c powtórzyć stosując metodę RK 2 rzędu – porównanie wyników
3. Zwiększając sukcesywnie od zera wartość parametru α sparawdzić czy:
   a) od pewnej wartości tego parametru częstość drgań układu zacznie zależeć od amplitudy – narysować wykres ilustrujący zależność rzeczywistej częstości układu w funkcji amplitudy
   b) dla pewnej wartości parametru α zbadać czy okres drgań zależy od energii układu

Literatura:

1. J.M. Thijssen “Computional Physics”