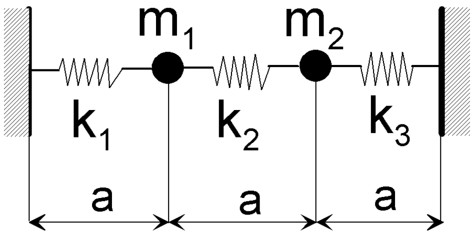
Projekt nr B.1.10.

Sprzężone oscylatory.

Wstęp.

Rozważamy problem dwóch mas połączonych ze sobą oraz ze ściankami bocznymi sprężynami (oznaczenia na rysunku).



W stanie spoczynku odległość obu ciał od siebie oraz każdego z nich od najbliższej ścianki jest równa długości swobodnej sprężyny a. Ponadto ruch może odbywać się tylko w kierunku x bez tarcia.
Równanie ruchu dla pierwszego ciała jest następujące:

$$F_1 = m_1 \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} = -k_1\left(x_1(t) - a\right) - k_2\left(a - \left(x_2(t) - x_1(t)\right)\right)$$

i dla drugiego ciała:

$$F_2 = m_2 \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = -k_2\left(x_2(t) - x_1(t) - a\right) - k_3\left(\left(x_2(t) - x_3(t)\right) + a\right)$$

Wprowadźmy współrzędne środka masy:

$$X(t) = \frac{x_1(t)m_1 + x_2(t)m_2}{m_1 + m_2}$$

oraz współrzędne względne:

$$x(t) = x_1(t) - x_2(t)$$

W szczególnym przypadku gdy $k_3 m_1 = k_1 m_2$ rozwiązaniem równania ruchu środka masy jest trajektoria:

$$X(t) = A\cos\left(\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m_1 + m_2}}t\right) + \frac{a}{M}(k_1 + 2k_3)$$

Zadania do wykonania:

1. Używając metody Rungego-Kutty drugiego rzędu należy znaleźć trajektorie obu ciał. Jako warunki brzegowe przyjąć można: $V_1(0) = 0,\ V_2(0) = 0,\ x_1(0) = x_{10},\ x_2(0) = 2a$. Narysować przykładowe trajektorie dla różnych wartości parametrów k i m. Wyznaczyc energię całkowitą układu oraz obu ciał i sprawdzić czy są one zachowane.
2. Obliczyć trajektorię środka masy przy warunku $k_3 m_1 = k_1 m_2$ i porównać z rozwiązaniem analitycznym. Przyjąć $A = \dfrac{x_{10} m_1}{m_1 + m_2}$.