

## Projekt nr B.1.1

# Komputerowy model przyspieszającego samochodu

## Wprowadzenie

Konkurencja pomiędzy producentami samochodów sprawia, że poddawane są one różnorodnym testom. Jednym z nich jest test przyspieszeń. Polega on na sprawdzeniu w jakim

**Tabela I**

t [s]	X [m]
2.9	30.48
7.9	152.40
13.7	402.34
	V [m/s]
1.9	13.41
3.3	17.88
3.6	22.35
6.2	26.82
8.3	31.29
10.3	35.76
13.2	40.22
13.7	42.01
16.7	44.69
m = 1438 kg P = 142 kW	S = 2.5 m <sup>2</sup>

czasie startujący od zerowej prędkości samochód osiąga kolejne progi prędkości i pokonuje kolejne odcinki drogi. Raport z takiego testu przeprowadzonego przez "Road & Track Magazine" jest źródłem interesującego materiału doświadczalnego, którego teoretyczna interpretacja jest przedmiotem tego ćwiczenia. W tabeli I podane są drogi i prędkości osiągnięte przez samochód Toyota MR2 Turbo w określonym czasie, oraz parametry techniczne samochodu wraz z wartościami współczynników, których sens podany będzie w dalszej części tekstu. Tabela II zawiera podobne dane dla samochodu BMW 535i. Naszym zadaniem będzie znalezienie teoretycznej zależności drogi i prędkości od czasu, oraz porównanie jej z wynikami doświadczalnymi.

Interpretację zgromadzonego materiału eksperymentalnego przeprowadzimy tak jak zwykle postępuje się z wynikami pomiarów fizycznych.

Metoda postępowania jest następująca:

1. Proponujemy najprostszy, lecz uwzględniający najistotniejsze czynniki model teoretyczny, wykonujemy rachunki i porównujemy z doświadczeniem.
2. Jeżeli wyniki teoretyczne nie są zadowalające, wprowadzamy poprawki do modelu uwzględniające dotychczas zaniebane efekty i ponownie wykonujemy rachunki. Punkt 2. powtarzamy aż do uzyskania zadowalającej zgodności wyników pomiarowych z teorią.
3. Stosujemy model do innego zestawu danych doświadczalnych. Jeżeli zgodność rachunku z doświadczeniem jest zadowalająca, uznajemy model za poprawny,
4. Stosujemy model z punktu 3 do przewidywania wyników nowych eksperymentów.

**Tabela II**

t [s]	X [ft]
3.3	30.48
8.7	152.40
15.9	402.34
	V [m/s]
2.7	13.41
4.3	17.88
5.8	22.35
7.7	26.82
10.2	31.29
12.8	35.76
15.7	40.22
19.5	44.69
M = 1723 kg P = ?	wys. = 1.41 m szer. = 1.75 m

### Model fizyczny w kolejnych przybliżeniach

1. W najprostszym przybliżeniu napiszemy równanie Newtona dla przyspieszającego samochodu zakładając stałą moc silnika  $P = \text{const}$ .

$$P = F \frac{dx}{dt} = maV \quad (1)$$

skąd

$$a = \frac{P}{mV} \quad (2)$$

### Rozwiązanie analityczne:

Tak postawiony problem możemy rozwiązać analitycznie. Rozwiązanie można wykorzystać jako test dla rachunków numerycznych, które po wprowadzeniu ulepszeń modelu będą jedyną metodą rozwiązania problemu.

$$\frac{dV}{dt} = \frac{p}{mV} \quad (3)$$

$$V \frac{dV}{dt} = \frac{p}{m} \quad (4)$$

$$\frac{d(V^2)}{dt} = \frac{2p}{m} \quad (5)$$

$$V^2 = \frac{2p}{m}t + C \quad (6)$$

Zakładając  $V(0) = 0$  otrzymujemy  $C = 0$ , czyli

$$\frac{dX}{dt} = V(t) = \sqrt{\frac{2p}{m}} * \sqrt{t} \quad (7)$$

następnie

$$X = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2p}{m}} t^{\frac{3}{2}} + c \quad (8)$$

co przy założeniu  $X(0) = 0$  daje

$$X(t) = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2P}{m}} t^{\frac{3}{2}} \quad (9)$$

### Rozwiązanie numeryczne:

Przy próbie numerycznego rozwiązania problemu natkniemy się od razu na pewien kłopot. Mianowicie dla  $V = 0$  przyspieszenie dąży do  $\infty$ . W celu wyeliminowania tego problemu wprowadzimy dodatkowe fizyczne założenie. Przyspieszenie nie może być większe niż dopuszcza to siła tarcia statycznego opon o podłoże:  $ma < fmg$ . Z tego warunku wynika  $P/(mV) = a < fg$ . Skorzystamy z niego zakładając  $V_0 = P/(mfg)$ .

(Sprawdzić w jakim czasie jest osiągnięta  $V_0$  w rozwiązaniu analitycznym. Zastanowić się czy powyższego efektu nie należy w nim uwzględnić.)

2. W drugim przybliżeniu proponuję uwzględnić opór powietrza i tarcie toczenia kół po asfalcie. W równaniu Newtona pojawi się dodatkowa siła skierowana przeciwnie do prędkości.

$$F_a = -\frac{1}{2}CS\rho V^2 - \tau mg \quad (10)$$

gdzie:

S - przekrój poprzeczny samochodu,

$\rho$  - gęstość powietrza =  $1.2 \text{ kg/m}^3$ ,

C - współczynnik kształtu przy oporze powietrza - przyjmijmy go 0.5,

t - wsp. tarcia tocznego = 0.015.

Przy okazji przeróbki programu uwzględnijmy, iż początek pomiaru czasu i drogi odbywał się nie przy zerowej prędkości, ale w chwili gdy samochód osiąga prędkość  $1.5 \text{ m/s}$ .

3. W następnym przybliżeniu uwzględnimy czas potrzebny na zmianę biegów. W tym czasie moc wynosi 0 i samochód zwalnia.

Zakładamy następujące czasy zmiany biegów:

Prędkość	zmiana	czas tracony
16 m/s	I-II	0.5 s
27 "	II-III	0.6 s
41 "	III-IV	0.5 s
56 "	IV-V	0.5 s

4. Założenie stałej mocy podczas jazdy nie jest najszcześniejsze. Moc silnika zależy od obrotów i jest maksymalna przy maksymalnych obrotach. Załóżmy, że zależność ta jest liniowa, i że zmiana biegów nastąpiła przy maksymalnych obrotach, które odpowiadają prędkościom zmiany biegów podanym w p. 3. Przyjmijmy, że na każdym biegu:

$$P = \frac{V}{V_{\max}} P_0 \quad (11)$$

gdzie  $P_0$  jest mocą nominalną.

Na tym zakończymy usprawnianie modelu. Parametry wejściowe są tak dobrane, że uzyskana w tym przybliżeniu zgodność teorii z eksperymentem powinna być zadowalająca. (Jeżeli nie, poszukaj błędu w programie).

## Zadania do wykonania

- A. Proszę napisać program realizujący opisane powyżej kolejne przybliżenia modelu przyspieszającego samochodu. Program powinien wykreślać obliczone zależności  $X(t)$  i  $V(t)$ .
- B. Zastosujmy model do osiągnięć samochodu BMW 535i. Dane eksperymentalne i parametry samochodu (oprócz mocy) podane są w tabeli II. Moc należy dobrać.
- C. Sprawdźmy teraz przewidywania dla samochodu, dla którego nie dysponujemy danymi doświadczalnymi. Proponuję wykonać rachunki dla najpopularniejszego na naszych drogach samochodu Fiata 126p.
- moc samochodu przyjąć 20 kW,
  - prędkości zmiany biegów: 11, 17 i 22 m/s,
  - masę i przekrój poprzeczny zmierzyć na najbliższym parkingu.

Proszę wykreślić zależności  $X(t)$  oraz  $V(t)$  i zastanowić się, czy wyliczone osiągi są realne? Jeżeli nie, spróbuj skorygować któryś z parametrów teorii, lub zaproponuj jeszcze jedno ulepszenie modelu.

## Literatura

Wykład