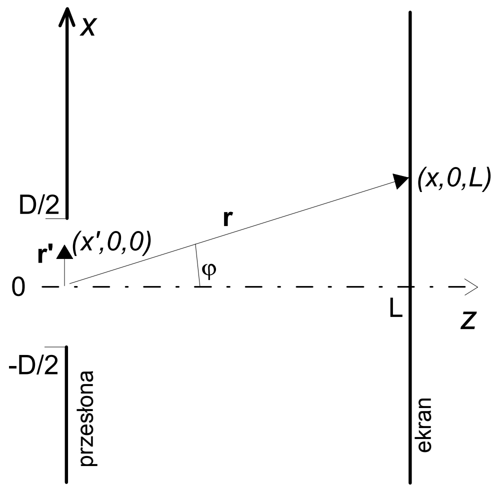
9. Dyfrakcja Fresnela na szczelinie

W nieprzezroczystej przesłonie utworzono szczelinę o szerokości D w kierunku x. Monochromatyczna fala świetlna o długości λ ulega na tej szczelinie dyfrakcji. Obraz ugiętego światła obserwowany jest na ekranie, którego odległość od przesłony wynosi L (patrz rysunek). Obraz dyfrakcyjny można wyliczyć z zasady Huygensa, zgodnie z którą, każdy punkt do którego doszło czoło fali staje się źródłem fali kulistej. Fala za przesłoną jest wynikiem superpozycji fal, których źródłem są punkty na powierzchni szczeliny. Jeśli na szczelinę pada fala płaska, i odległość ekranu od przesłony jest znacznie większa niż szerokość szczeliny (L>>D), wyrażenie na falę ugiętą daje się przybliżyć przez



$$\Psi(\mathbf{r}) \cong \psi(\mathbf{r}) = C_1 \frac{e^{ikr}}{r} \int_{szczelina} d\sigma' e^{ik\mathbf{n}\bullet\mathbf{r}'}, \qquad (1)$$

gdzie $\boldsymbol{n}$ jest wersorem o kierunku i zwrocie wektora $\mathbf{r}$. Jeśli stosowalne jest przybliżenie (1) mówimy o dyfrakcji Fraunhofera, a w przeciwnym razie o dyfrakcji Fresnela. Załóżmy że fala padająca jest istotnie falą płaską. Wtedy ogólne wyrażenie na dyfrakcję ma postać

$$\Psi(x,0,L) = C_2 \int_{-D/2}^{D/2} dx' \frac{e^{ik\sqrt{(x'-x)^2+L^2}}}{\sqrt{(x'-x)^2+L^2}}, \qquad (2)$$

natomiast wzór na dyfrakcję Fraunhofera (1) daje się łatwo scałkować do postaci

$$\psi(x,0,L) = C_3 \frac{\sin\left(\frac{kD}{2}\sin\varphi\right)}{\frac{kD}{2}\sin\varphi}, \qquad (3)$$

gdzie φ jest kątem jaki tworzy wektor $\mathbf{r}$ z osią z (patrz rysunek), φ=arctan(x/L).

Zadanie:
Napisać procedurę wyliczającą ze wzoru (2) obraz, jaki ugięta fala tworzy na ekranie (przypominamy, że dla wyznaczenia natężenia światła należy podnieść falę w module do kwadratu). Przyjąć λ=0.5μm (światło widzialne) oraz D=1mm. Zbadać, jak zmienia się obraz dyfrakcyjny z odległością L. Dla skrajnie małych L efekt ugięcia powinien zniknąć, powinna pojawić się ostra granica między światłem i cieniem. Dla jakiego L mamy do czynienia z dyfrakcją Fraunhofera? (porównać wyniki uzyskane ze wzorów (2) i (3)).
Projekt można w prosty sposób rozszerzyć do przypadku dwuwymiarowej szczeliny.

Literatura:
Jerzy Ginter, Fizyka Fal, PWN Warszawa 1993.