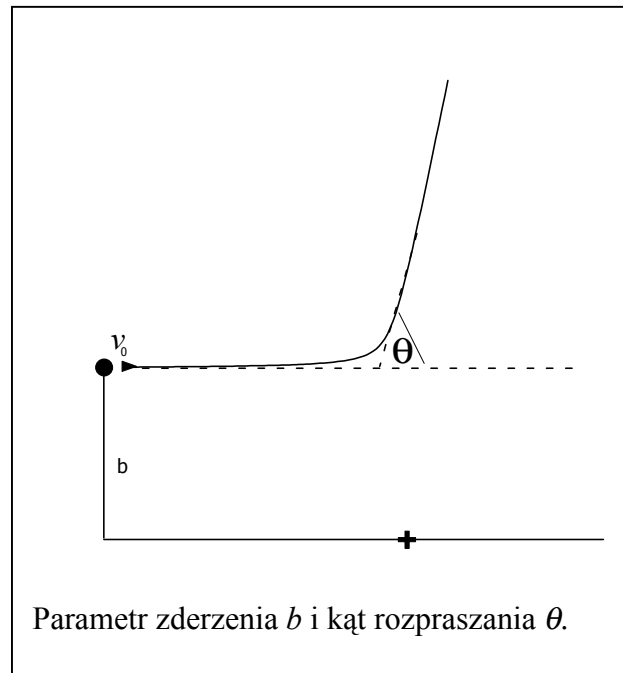


## 8. Rozpraszanie klasycznej cząstki na odpychającym potencjale kulombowskim

Klasyczna, naładowana cząstka przechodzi przez rejon działania odpychającego potencjału kulombowskiego  $1/r$  ładunku umieszczonego w początku układu współrzędnych. Przy braku oddziaływania cząstka poruszałaby się po prostej i zbliżyłaby się do nieruchomego ładunku na odległość  $b$ , nazywaną parametrem zderzenia (patrz rysunek). W wyniku oddziaływania, kierunek poruszania się cząstki ulega zmianie. Kąt, o jaki tor cząstki zostaje odchylony, nosi nazwę kąta rozpraszania ( $\theta$ ). Z zasad zachowania wynika, że kąt rozpraszania dany jest

wzorem  $\theta = \arccos\left(\frac{b^2 m^2 v_0^4 - 1}{b^2 m^2 v_0^4 + 1}\right)$ , gdzie  $v_0$

jest prędkością cząstki padającej (zanim wejdzie ona w zakres oddziaływania rozpraszającego potencjału). Celem ćwiczenia jest numeryczne rozwiązanie równań Newtona dla rozpraszanej cząstki.



Proszę przyjąć jednostkową masę cząstki i jednostkowy parametr zderzenia. Niech początkowe położenie i prędkość cząstki będą dane przez  $x_0 = -500$ ,  $y_0 = b = 1$ ,  $v_x = v_0$ ,  $v_y = 0$ .

W punkcie o współrzędnych  $(x,y)$  na cząstkę działa siła  $\left( \frac{x}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3}, \frac{y}{(\sqrt{x^2 + y^2})^3} \right)$ . Proszę

napisać program rozwiązujący równania ruchu tej cząstki przy pomocy schematów różnicowych Eulera i Verleta. Proszę zbadać, jak mały musi być krok czasowy  $\Delta t$ , aby

energia cząstki  $\left( \frac{v_x^2 + v_y^2}{2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right)$  była zachowana w czasie ruchu. Interesujący nas zakres

prędkości początkowej to  $(0.1, 20)$ . Symulację proszę prowadzić aż do chwili  $\frac{4x_0}{v_0}$ . Proszę

wykreślić kilka typowych trajektorii. Kąt rozproszenia można wyznaczyć według wzoru

$$\theta = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y_k - b}{x_k}\right) & \text{dla } x_k > 0 \\ \pi - \arctan\left(\frac{y_k - b}{|x_k|}\right) & \text{dla } x_k < 0 \end{cases}, \text{ gdzie } x_k, y_k \text{ jest położeniem cząstki na końcu symulacji.}$$

Proszę wykreślić kąt rozproszenia w funkcji prędkości początkowej i porównać ten kąt ze wzorem analitycznym.