3. Oszacowanie energii wydzielonej w amortyzatorach samochodu

Podczas jazdy po wyboistej drodze drgania przekazywane masie samochodu są wytłumiane w amortyzatorze (częściowo w oponach). Załóżmy modelową sytuację, w której układ jezdny (o zerowej masie) samochodu poruszającego się ze stałą prędkością poddawany jest pionowym drganiom wymuszonym o zależności y(t), drgania te przekazywane są przez sprężynę resora i amortyzator do masy M samochodu, na którą nie działają żadne dodatkowe siły. Dzięki amortyzatorowi drgania są tłumione. Siła oddziaływania układu jezdnego z masą samochodu jest sumą dwóch składowych:

$\vec{F} = \vec{F}_s + \vec{F}_a$.

Pierwsza z nich jest siłą sprężystości resora:

$\vec{F}_s = -k[x(t) - y(t)]$

Druga jest siłą oddziaływania amortyzatora:

$\vec{F}_a = -k[\dot{x}(t) - \dot{y}(t)]$

W rezultacie położenie środka masy samochodu spełnia równanie różniczkowe:

$M\ddot{x} = -k[x - y(t)] - h[\dot{x} - \dot{y}(t)]$

1. Proszę rozwiązać to równanie dowolną metodą różnicową, zakładając

$y(t) = y_0 \sin(\omega t)$ oraz M=, k=, h=, y_0=,ω=.

Znając położenie środka masy samochodu w funkcji czasu możemy wyliczyć energię wydzielaną na amortyzatorze. Uzyskujemy ją z bilansu energii dostarczanej do amortyzatora przez układ jezdny $dW_1 = F_a dy$ i od niego odbieranej przez masę samochodu $dW_2 = F_a dx$

Ostatecznie w amortyzatorze wydzielane jest ciepło:

$dQ = dW_1 - dW_2 = F_a(dy - dx) = F_a(\dot{y}dt - \dot{x}dt) = F_a(\dot{y} - \dot{x})dt$

a w skończonym czasie T

$$Q = \int_0^T F_a(\dot{y} - \dot{x})dt = h\int_0^T (\dot{y} - \dot{x})^2 dt$$

2. Proszę policzyć ciepło wydzielane w czasie dużym w porównaniu z okresem drgań i wyliczyć średnią moc wytłumianą w amortyzatorze.