

14. Skok na bungee

Człowiek o masie $m=100$ kg skacze na bungee z wysokości $h=20$ m. Swobodna długość linki bungee wynosi $l_0=10$ m. Energia potencjalna układu jest sumą energii potencjalnej człowieka w jednorodnym polu grawitacyjnym ziemi oraz energią naciągu linki

$$E_p = mgz + \frac{1}{2}k(h - l_0 - z)^2\theta(h - l_0 - z), \quad (1)$$

gdzie z jest położeniem człowieka nad gruntem, $g=9.81$ m/s² jest przyspieszeniem grawitacyjnym, k jest współczynnikiem sprężystości linki, $\theta(x)$ jest funkcją schodkową, która przyjmuje wartość jeden dla x dodatnich i zero dla ujemnych. Jeśli $z > (h-l_0)$ na człowieka nie działa ze strony linki żadna siła, człowiek spada swobodnie. Zgodnie z (1) przyspieszenie jakiego poddany jest człowiek wynosi jest dane wyrażeniem

$$a = -g - k/m(z - h + l_0)\theta(h - l_0 - z). \quad (2)$$

Proszę tak dobrać współczynnik sprężystości k aby człowiek tracił całą prędkość metr nad ziemią.

Uwzględnijmy teraz tłumienie ruchu przez nieidealnie sprężystą linkę. Na człowieka działa dodatkowe przyspieszenie związane z tłumieniem ruchu

$$a_t = -\gamma \left(\dot{z} \right)^2 \theta(h - l_0 - z), \quad (3)$$

proporcjonalne do prędkości ruchu człowieka. Proszę dobrać współczynnik tłumienia γ tak, aby po osiągnięciu maksymalnego rozciągnięcia linka a) wróciła do swojej długości swobodnej dokładnie dwa razy b) dokładnie raz c) człowiek w czasie od skoku do zatrzymania się tylko spadał i nigdy się nie wznosił. Proszę narysować zależność wysokości i energii kinetycznej i potencjalnej od czasu w każdym z tych trzech przypadków. Jak długo będzie trwał ruch (uznajemy prędkość 1cm/s za bezruch)?